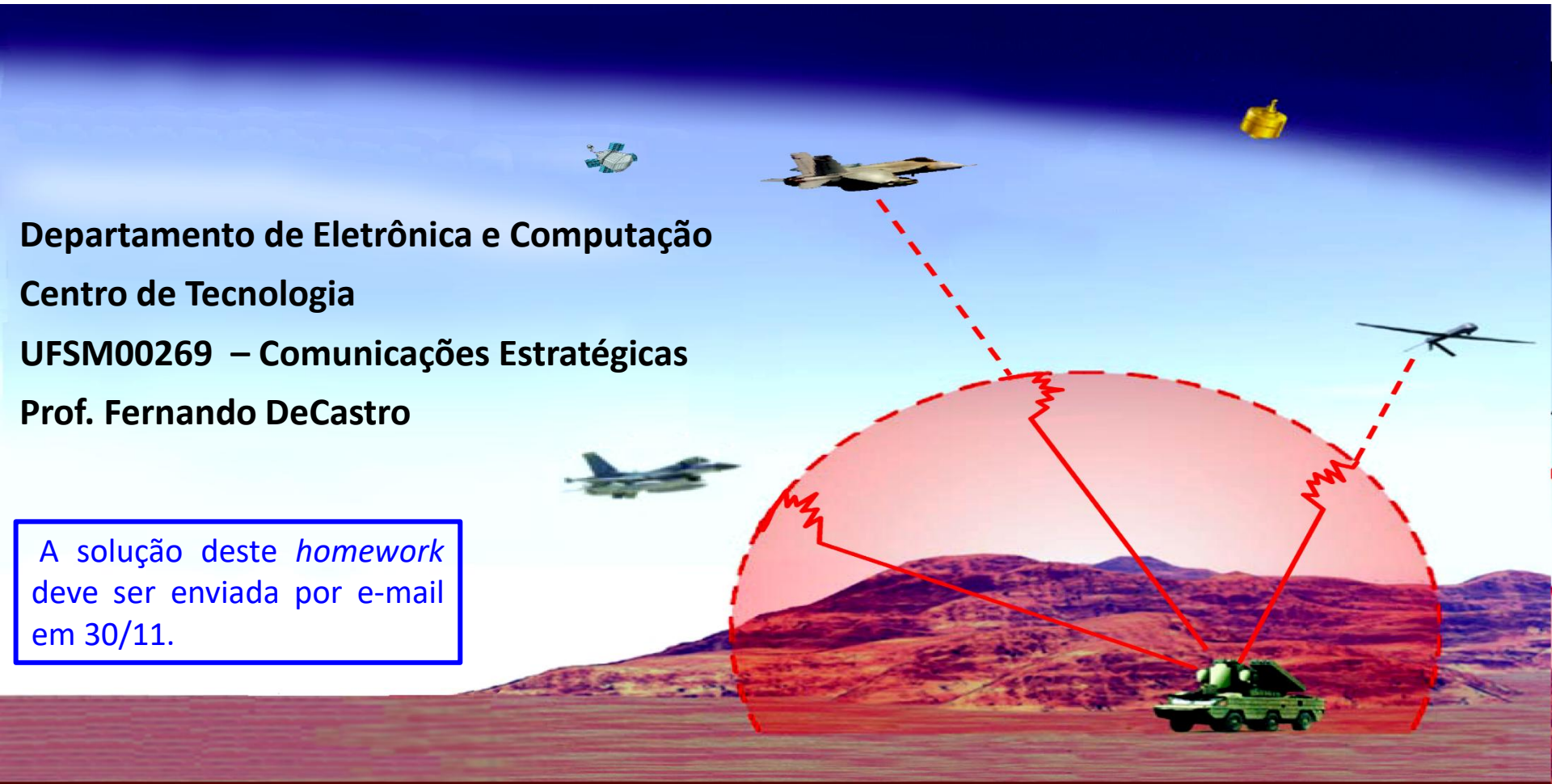
Homework 3 referente às aulas do Capítulo II de "Comunicações Estratégicas – UFSM00269" – 2026-2 , aulas disponibilizadas em https://www.fccdecastro.com.br/



Departamento de Eletrônica e Computação

Centro de Tecnologia

UFSM00269 – Comunicações Estratégicas

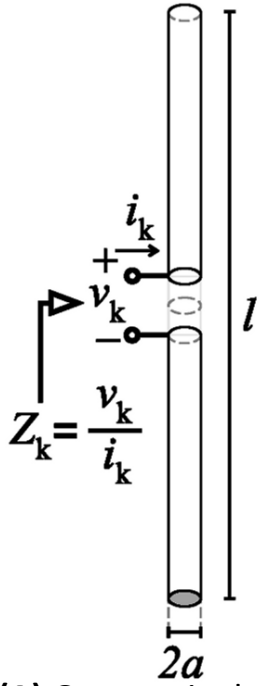
Prof. Fernando DeCastro

A solução deste *homework* deve ser enviada por e-mail em 30/11.

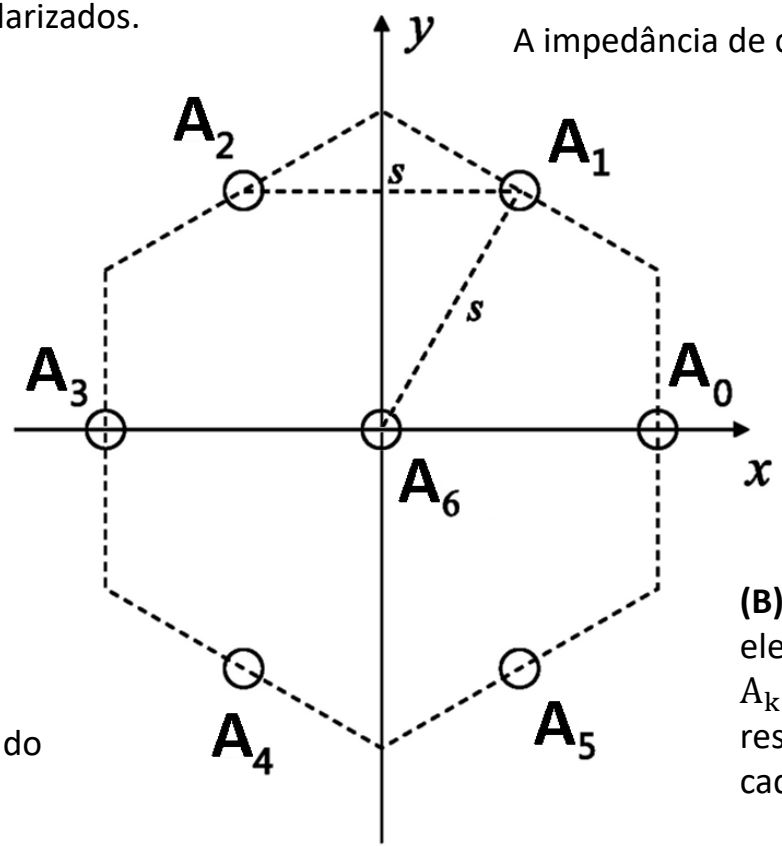
Homework 3

Considere o *phased-array* do tipo *Uniform Circular Array* (UCA) com elemento central, conforme mostrado em (B), operando em f_o = 850MHz e constituído por 7 dipolos cilíndricos de tamanho l = 0.5λ e de raio a=5mm conforme (A), separados entre si de s=0.25λ, sendo λ o comprimento de onda em f_o. O plano *xy* é paralelo ao plano do solo de modo que os dipolos são verticalmente polarizados.

A impedância de carga de cada dipolo é Z_T =50 [Ω].



(A) Geometria do dipolo usado no *array* mostrado em (B).



Coordenadas do centro do dipolo A_k, $k = 0, 1 \cdots 6$

$\mathbf{A_0}$: $(s, 0, 0)$
$\mathbf{A_1}$: $(s\cos 60°, s\sin 60°, 0)$
$\mathbf{A_2}$: $(-s\cos 60°, s\sin 60°, 0)$
$\mathbf{A_3}$: $(-s, 0, 0)$
$\mathbf{A_4}$: $(-s\cos 60°, -s\sin 60°, 0)$
$\mathbf{A_5}$: $(s\cos 60°, -s\sin 60°, 0)$
$\mathbf{A_6}$: $(0, 0, 0)$

(B) *Uniform Circular Array* (UCA) com elemento central, formado por 7 dipolos A_k idênticos ao mostrado em (A) e respectivas coordenadas do centro de cada k-ésimo dipolo, $k = 0,1 \cdots 6$.

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} & Z_{03} & Z_{04} & Z_{05} & Z_{06} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} & Z_{16} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & Z_{25} & Z_{26} \\ Z_{30} & Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & Z_{35} & Z_{36} \\ Z_{40} & Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} \\ Z_{50} & Z_{51} & Z_{52} & Z_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} \\ Z_{60} & Z_{61} & Z_{62} & Z_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}$$

(C) Relação entre a tensão v_k e corrente i_k nos terminais do k-ésimo dipolo do UCA mostrado em (B). Z_{mn}, $m \neq n$, é a impedância mútua entre os dipolos A_m e A_n. Z_{nn} é a impedância própria do dipolo A_n.

Homework 3

Um conjunto de ondas EM planas originadas em coordenadas distintas no espaço $\mathbb{R}^3$ incidem no UCA. As tensões nos terminais dos 7 dipolos resultantes da incidência das ondas EM são digitalizadas e convertidas para banda-base pelos respectivos 7 receptores (RX) do *array* e são representadas pelo vetor $\underline{V_T}[n] = \begin{bmatrix} V_{T_0}[n] \\ V_{T_1}[n] \\ \vdots \\ V_{T_6}[n] \end{bmatrix}$ [V]. As 7 sequências de $NSmpl =$ 2000 amostras IQ correspondentes às componentes $V_{T_0}[n]$, $V_{T_1}[n] \cdots V_{T_6}[n]$ do vetor $\underline{V_T}[n]$, $n = 0,1 \cdots NSmpl - 1$, são respectivamente armazenadas nos arquivos VT0.txt, VT1.txt ⋯ VT6.txt, disponíveis para *download* em http://www.fccdecastro.com.br/HW/CE_HW3_VT_2026-2.zip.

Pede-se:

(a) Plote o gráfico do espectro de autovalores resultante da decomposição em subespaços dos sinais representados pelo vetor $\underline{V_T}[n] = \begin{bmatrix} V_{T_0}[n] \\ V_{T_1}[n] \\ \vdots \\ V_{T_6}[n] \end{bmatrix}$ [V].

(b) Determine os auto vetores de ruído da decomposição em subespaços de $\underline{V_T}[n]$.

(c) Determine o espectro $\mathrm{PMU}(\theta, \phi)$ resultante do processamento efetuado pelo algoritmo MUSIC sobre o conjunto de subespaços determinados em (a) e plote $\mathrm{PMU}(\theta, \phi)$ em um gráfico de contorno (*contour plot*).

(d) A partir de (c), determine por inspeção visual os máximos locais de $\mathrm{PMU}(\theta, \phi)$ e determine em graus [°] os DOAs (θ_m, ϕ_m) das M ondas EM que incidem no *array*, $m = 0,1 \cdots M - 1$.

(e) Compare analiticamente a resolução angular do resultado obtido em (d) com a resolução angular do resultado obtido no Exemplo 1 no slide 18 do Cap II.6 das notas de aula em https://www.fccdecastro.com.br/pdf/CE_Cap_II.6_II.7.pdf .

Homework 3

Dica: Utilize a seguinte sequência de declarações escritas no pseudocódigo do software MathCad para ler os arquivos VT0.txt, VT1.txt ⋯ VT6.txt e convertê-los em $\underline{V_T}[n] = \begin{bmatrix} V_{T_0}[n] \\ V_{T_1}[n] \\ \vdots \\ V_{T_6}[n] \end{bmatrix}$ [V]:

$\text{Dat} := \text{READPRN("VT0.txt")}$ $\text{Dat} := \text{Dat}^{\langle 0 \rangle} + j \cdot \text{Dat}^{\langle 1 \rangle}$ $\text{VT}^{\langle 0 \rangle} := \text{Dat} \cdot \text{V}$

$\text{Dat} := \text{READPRN("VT1.txt")}$ $\text{Dat} := \text{Dat}^{\langle 0 \rangle} + j \cdot \text{Dat}^{\langle 1 \rangle}$ $\text{VT}^{\langle 1 \rangle} := \text{Dat} \cdot \text{V}$

$\text{Dat} := \text{READPRN("VT2.txt")}$ $\text{Dat} := \text{Dat}^{\langle 0 \rangle} + j \cdot \text{Dat}^{\langle 1 \rangle}$ $\text{VT}^{\langle 2 \rangle} := \text{Dat} \cdot \text{V}$

$\text{Dat} := \text{READPRN("VT3.txt")}$ $\text{Dat} := \text{Dat}^{\langle 0 \rangle} + j \cdot \text{Dat}^{\langle 1 \rangle}$ $\text{VT}^{\langle 3 \rangle} := \text{Dat} \cdot \text{V}$

$\text{Dat} := \text{READPRN("VT4.txt")}$ $\text{Dat} := \text{Dat}^{\langle 0 \rangle} + j \cdot \text{Dat}^{\langle 1 \rangle}$ $\text{VT}^{\langle 4 \rangle} := \text{Dat} \cdot \text{V}$

$\text{Dat} := \text{READPRN("VT5.txt")}$ $\text{Dat} := \text{Dat}^{\langle 0 \rangle} + j \cdot \text{Dat}^{\langle 1 \rangle}$ $\text{VT}^{\langle 5 \rangle} := \text{Dat} \cdot \text{V}$

$\text{Dat} := \text{READPRN("VT6.txt")}$ $\text{Dat} := \text{Dat}^{\langle 0 \rangle} + j \cdot \text{Dat}^{\langle 1 \rangle}$ $\text{VT}^{\langle 6 \rangle} := \text{Dat} \cdot \text{V}$

$\text{VT} := \text{VT}^{T}$

Note que V em cada declaração Dat.V no pseudocódigo MathCad acima serve para inserir e restaurar a unidade [V] = [Volt] em $\text{VT}^{<k>}$, $k = 0,1 \cdots 6$, unidade que não está contemplada nos valores numéricos armazenados nos arquivos VT0.txt, VT1.txt ⋯ VT6.txt.